**Interactivo F6: Menú con fichas**

**\*** Nombre del guión a que corresponde el ejercicio

**DATOS DEL RECURSO**

**\*** Título del recurso (**65** caracteres máx.)

Refuerza tu aprendizaje: Límites en el infinito de funciones algebraicas

**\*** Descripción del recurso

Interactivo para estudiar cómo calcular el límite en el infinito de funciones algebraicas

**\*** Palabras clave del recurso (separadas por comas ",")

Límites, límites al infinito

**\*** Tiempo estimado (minutos)

20 min

**\*** Acción didáctica (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Exposición | X | Ejercitación |  | Preguntas con respuesta libre |  | Juegos |  |
| Estudio |  | Proyecto |  | Evaluación |  | Generador de actividades |  |

**\*** Competencia (indicar sólo una)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| … en comunicación lingüística |  | … matemática | X |
| … en el conocimiento y la interacción con el mundo físico |  | Tratamiento de la información y competencia digital |  |
| … social y ciudadana |  | … cultural y artística |  |
| … para aprender a aprender |  | Autonomía e iniciativa personal |  |

**\*** Tipo de Media (indicar sólo una)

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Secuencia de imágenes |  | Video |  | Animación |  | Interactivo | X |
| Actividad |  | Web |  | Mapa conceptual |  | Audio |  |
| Texto |  | Imagen |  | Documento |  |  |  |

**\*** Nivel del ejercicio, 1-Fácil, 2-Medio ó 3-Difícil

3-Difícil

**FICHA DEL PROFESOR**

Objetivo:

Estudiar algunas estrategias para el cálculo de límites al infinito de funciones algebraicas.

**Antes de la presentación**

Si es necesario, el docente puede hacer un repaso sobre la aplicación de casos de factorización, la división entre polinomios y la racionalización.

También se recomienda identificar los casos de indeterminación que se presentan con los límites, es decir que los estudiantes puedan señalar los casos que las propiedades de los limites no permiten resolver.

**Después de la presentación**

Es fundamental terminado el interactivo, desarrollar algunos ejercicios que permitan afianzar los conceptos y procesos aquí expuestos, los límites de funciones algebraicas siempre pueden ser determinados usando los procesos aquí descritos, sin embargo es fundamental tener cuidado con el caso ∞ - ∞, en este caso los estudiantes suelen cometer más errores.

Además la mayoría de los limites algebraicos indeterminados pueden solucionarse por los métodos expuestos en este interactivo, sin embargo ninguno de ellos se abordan de forma general.

**FICHA DEL ALUMNO**

Las propiedades de los límites permiten calcularlos, sin hacer uso de las representaciones tabular o gráfica. En este interactivo se desarrollan algunos procedimientos algebraicos para calcular los límites al infinito de algunas funciones usuales.

**DATOS DEL INTERACTIVO**

**MENÚ**

**\*** Número de imágenes del menú (**mín. 2 – máx. 8**) PARA CADA IMAGEN DE ESTE INCISO COPIA LOS SIGUIENTES DOS BLOQUES *IMAGEN #...* Y *FICHA #...*

4

**\*** Título (**65** caracteres máx.) COPIA EL TÍTULO DEL RECURSO PARA EL TÍTULO DEL INTERACTIVO AL MENOS QUE SEA DIFERENTE. RECUERDA EL TÍTULO NO DEBE REBASAR LOS 65 CARACTERES.

Límites en el infinito de funciones algebraicas

**\*** Instrucción (**68** caracteres máx.)

Selecciona una imagen sobre el caso que deseas estudiar

**IMAGEN** 1 DEL MENÚ

**\*** Imagen del menú:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

La gráfica de funciones polinómicas como y y las funciones potencia de

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_CO\_REC140\_IMG01

OPCIONAL Pie de imagen (**48** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Funciones polinómicas

**\*** Número de fichas de imagen (**mín. 1 – máx. 6**) PARA CADA FICHA DE ESTE INCISO COPIA EL SIGUIENTE BLOQUE *FICHA #...*

2

**FICHA** 1 DE IMAGEN 1

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Límites al infinito de funciones polinómicas

**\*** Texto

Cuando se calcula por tabulación el

se tiene que:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | *x* | *f(x)* | | 12101 | 1772000314712 | | 54321 | 160288833935452 | | 101245 | 1037816937686110 | | 245628 | 14819502220895700 | | 1234323 | 1880556840828590000 | | 49684964 | 122652085885602000000000 | | 80695943 | 525478683468928000000000 | | 970040545 | 912787451155307000000000000 | |

Al tabular para encontrar el límite

en los mismos valores se tiene que:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  | | --- | --- | | x | f(x) | | 12101 | 1772000266301 | | 54321 | 160288833718161 | | 101245 | 1037816937281120 | | 245628 | 14819502219913200 | | 1234323 | 1880556840823660000 | | 49684964 | 122652085885602000000000 | | 80695943 | 525478683468927000000000 | | 970040545 | 912787451155307000000000000 | |

Se observa que las imágenes por estas dos funciones en el infinito toman valores muy similares, las diferencias entre estas imágenes, aunque no son infinitamente pequeñas, se pueden despreciar teniendo en cuenta la magnitud de los números que estamos trabajando, por esta razón se asume que en el infinito estas dos funciones se comportan de la misma forma es decir que las funciones se aproximan al infinito, (ver figura 1)

Cuando analizamos que sucede en el menos infinito se tiene que:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| |  |  |  | | --- | --- | --- | | x | *f(x)=x3+4x-7* | *g(x)=x3* | | -12101 | -1772000314712 | -1772000266301 | | -54321 | -160288833935452 | -160288833718161 | | -101245 | -1037816937686110 | -1037816937281120 | | -245628 | -14819502220895700 | -14819502219913200 | | -1234323 | -1880556840828590000 | -1880556840823660000 | | -49684964 | -122652085885602000000000 | -122652085885602000000000 | | -80695943 | -525478683468928000000000 | -525478683468927000000000 | | -970040545 | -912787451155307000000000000 | -912787451155307000000000000 | |

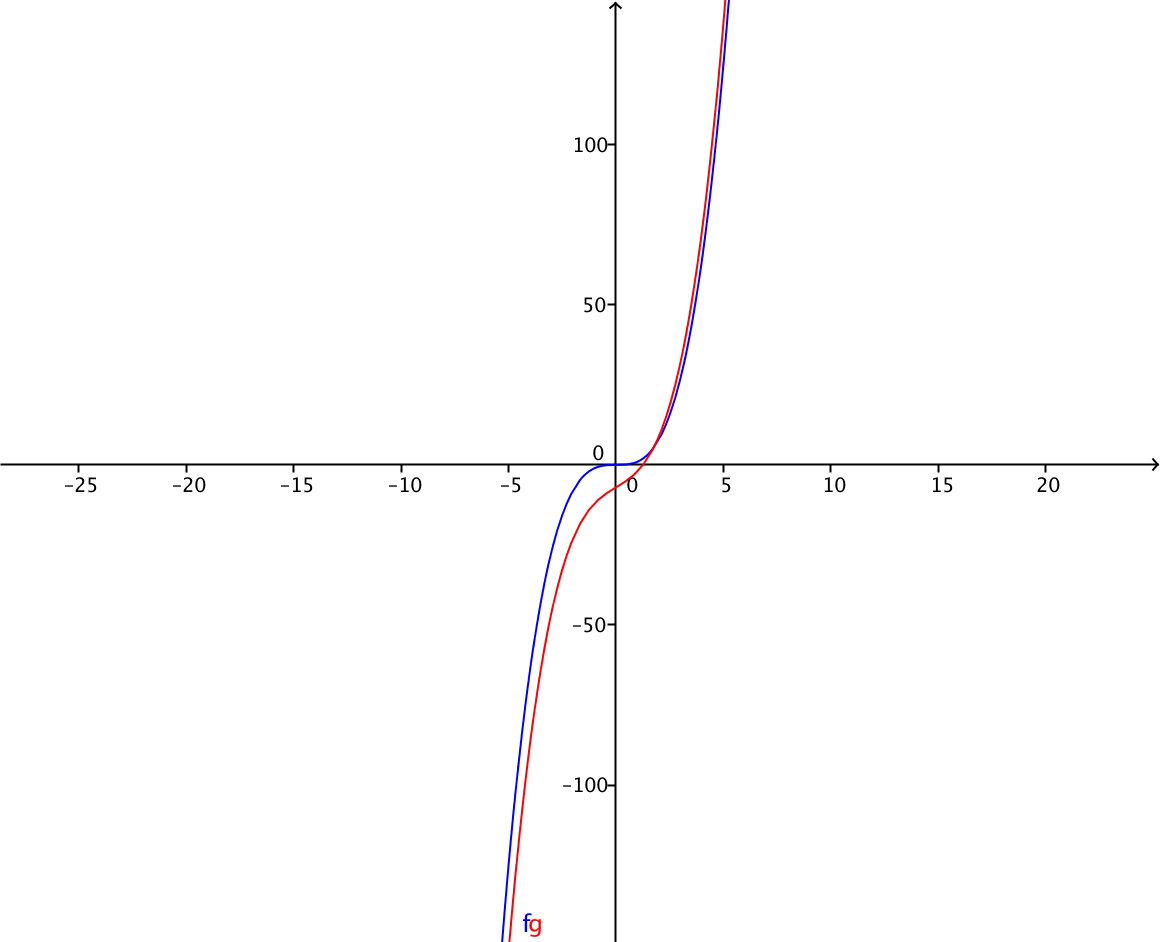
De la misma forma se concluye que

cuando .

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función y tomando valores grandes tanto en el dominio como en el rango algo similar a:



**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_CO\_REC140\_IMG02

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Representación gráfica de las funciones *f(x)=x3+4x-7* y *g(x)=x3*

**FICHA** 2 DE IMAGEN 1

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Regla para límites al infinito de funciones polinómicas

**\*** Texto

En las funciones polinómicas las imágenes de valores que tienden al infinito o a menos infinito se aproximan lo suficiente a las imágenes de la función potencia que tiene el mismo grado de la función polinómica y que resulta de multiplicar las imágenes de la función polinómica por su coeficiente.

Como en el infinito , se tiene que:

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Gráfica de la función y

tomando valores grandes tanto en el dominio como en el rango.

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_CO\_REC140\_IMG03

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Representación gráfica de las funciones f(x)=-3x4 + 2x – 1 y g(x)= -3x4

**IMAGEN** 2 DEL MENÚ

**\*** Imagen del menú:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Representación gráfica de

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_CO\_REC140\_IMG04

OPCIONAL Pie de imagen (**48** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Funciones racionales

**\*** Número de fichas de imagen (**mín. 1 – máx. 6**) PARA CADA FICHA DE ESTE INCISO COPIA EL SIGUIENTE BLOQUE *FICHA #...*

1

**FICHA** 1 DE IMAGEN 2

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Límites al infinito de funciones racionales

**\*** Texto

Como se ha estudiado anteriormente, a través de los límites se puede calcular las asíntotas de las funciones racionales [VER], como toda función racional está compuesta por la división de dos funciones polinómicas, en el infinito podemos usar las aproximaciones de estas funciones polinómicas para calcular los límites de las racionales.

**Ejemplo 1.** Calcular

En el infinito, se presenta que *3x5 + 4x3 – 2x + 1 ≈ 3x5* y 2x6 + 4x – 7 *≈* 2x6, por lo tanto:

Finalmente, como y , entonces,

por lo que la función

tiene asíntota horizontal *y = 0* (figura 1).

**Ejemplo 2.** Calcular

se tiene que

por lo que la función tiene asíntota horizontal (figura 2).

**Ejemplo 3.** Determinar

se tiene que

Debido a que y entonces:

y

luego, la función

no tiene asíntotas horizontales.

**Ejemplo 3.** Las asíntotas oblicuas de una función racional, se pueden estudiar a través de los límites así:

Sea el límite

Realizando la división de polinomios, se tiene que

y como

entonces, en el infinito se tiene que la función racional se aproxima a la recta:

Por lo tanto,

tiene como asíntota oblicua la recta

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función y

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_CO\_REC140\_IMG05

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

En la gráfica se observa que

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función y .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_CO\_REC140\_IMG06

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

En la gráfica se observa que

**\*** Imagen 3 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función y

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_CO\_REC140\_IMG07

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

La gráfica de la función *f(x)* en el infinito se aproxima a la recta *g(x)*

**IMAGEN** 3 DEL MENÚ

**\*** Imagen del menú:

**\*** Nombre de archivo shutterstock o descripción de ilustración a crear

Gráfica de la función f(x)= √x

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_CO\_REC140\_IMG08

OPCIONAL Pie de imagen (**48** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Funciones radicales

**\*** Número de fichas de imagen (**mín. 1 – máx. 6**) PARA CADA FICHA DE ESTE INCISO COPIA EL SIGUIENTE BLOQUE *FICHA #...*

2

**FICHA** 1 DE IMAGEN 3

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Límites al infinito de funciones de funciones radicales

**\*** Texto

Para calcular el límite de una raíz donde el radicando es una función polinómica, se usa el límite de una función compuesta.

**Ejemplo 1.**  Hallar

y como

además,

por la propiedad del límite de funciones compuestas se tiene que

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función

Tomando valores grandes tanto en el dominio como en el rango.

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_CO\_REC140\_IMG09

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

Gráfica de la función

**FICHA** 2 DE IMAGEN 3

**\*** Título de la ficha (**58** caracteres máximo)

Límites al infinito de funciones racionales con radicales

**\*** Texto

Para calcular el límite de una función algebraica donde hay un cociente indeterminado de la forma

,

Además, tanto el numerador como el denominador son funciones polinómicas o raíces de funciones polinómicas, se puede usar la aproximación de funciones polinómicas para calcular el límite.

**Ejemplo 1.** Calcular

además como en el infinito *2x4 + 3x – 1 ≈ 2x4* y *x2 – 1 ≈ x2*, se cumple que

**Ejemplo 2.** Determinar

En el infinito *x2 – 1 ≈ x2* y *x + 7 ≈ x,* por tanto

Como , se tiene que

**\*** Imagen 1 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Grafica de la función y

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_CO\_REC140\_IMG10

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

En la gráfica se observa que

**\*** Imagen 2 de ficha:

**\*** Nombre de archivo Shutterstock o descripción de ilustración a crear

Gráfica de la función y .

**\*** Nombre de archivo codificado (ejemplo, CI\_S3\_G1\_REC10\_F1)

MA\_11\_03\_CO\_REC140\_IMG11

Pie de imagen 1 (**140** caracteres máx., se puede usar cursivas)

En la gráfica se observa que